

## 3.Vorlesung Grundlagen der Informatik

Christian Baun

Hochschule Darmstadt  
Fachbereich Informatik  
christian.baun@h-da.de

27.10.2011

# Wiederholung vom letzten Mal

- Duales Rechnen

# Heute

- Generationen von Computersystemen
- Boolesche Algebra

# Generationen von Computersystemen

- Die **Geschichte der Informatik** wird in verschiedene Stationen unterteilt
- Maßgeblich sind dabei die zu dieser Zeit verfügbaren Rechenmaschinen (Rechner/Computer) und deren Fähigkeiten
- Man unterscheidet folgende Generationen:
  - **0.Generation (bis 1940)**  
(Elektro-)mechanische Rechenmaschinen
  - **1.Generation (1940 bis 1955)**  
Elektronenröhren, Relais und Klinkenfelder
  - **2.Generation (1955 bis 1965)**  
Transistoren und Stapelverarbeitung
  - **3.Generation (1965 bis 1980)**  
Integrierte Schaltungen und Dialogbetrieb
  - **4.Generation (1980 bis 2000)**  
Hoch-integrierte Schaltungen, Mikroprozessoren, PCs/Workstations
  - **5.Generation (2000 bis ????)**  
Verteilte Systeme, *Das Netz ist der Computer*, Virtualisierung



# 1. Generation (1940 bis 1955)

- Die Erfindung des Computers ist eine kollektive Errungenschaft über ein Jahrzehnt und zwei Kontinente
- Die erste Generation von Computersystemen entstand gegen Ende des 2. Weltkriegs  $\implies$  Konrad Zuse, John von Neumann
- Anforderungen an einen universellen Computer:
  - Gespeichertes Programm
  - Bedingte Sprünge
  - Trennung von Speicher und Prozessor
- Rechner waren Maschinen mit teilweise über 10.000 Röhren oder Relais, die langsam und fehleranfällig arbeiteten
- Betriebssysteme und Programmiersprachen waren unbekannt
  - Der Benutzer/Programmierer startet **ein** Programm, das direkt auf die Hardware zugreift
- Programme wurden über Klinkenfelder gesteckt

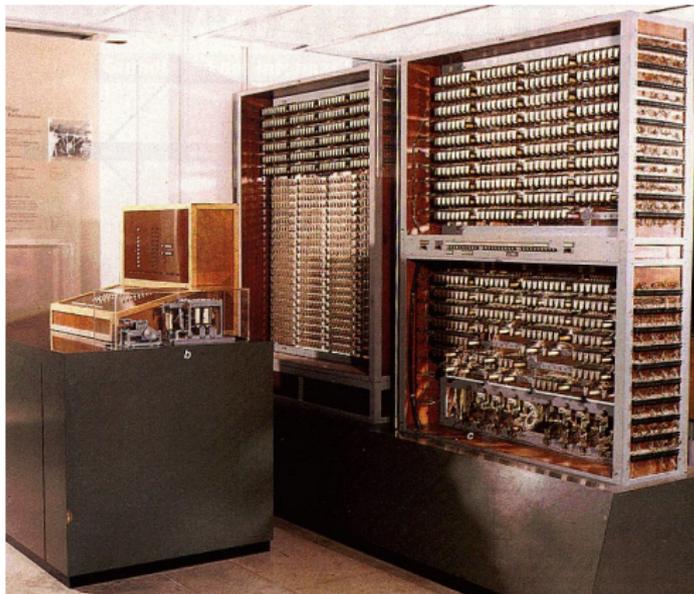


# Bekannte Vertreter der 1. Generation

Maschine	Entwicklung	Speicher/CPU getrennt	bedingte Sprünge	Program- mierung	interne Kodierung	Zahlen- darstellung
Z1 / Z3	1936-1941	ja	nein	SW	binär	Gleitkomma
ABC	1938-1942	ja	nein	HW	binär	Festkomma
Harvard Mark 1	1939-1944	nein	nein	SW	dezimal	Festkomma
ENIAC	1943-1945	nein	teilweise	HW	dezimal	Festkomma
Manchester Mark 1	1946-1948	ja	ja	SW	binär	Festkomma
EDSAC	1946-1948	ja	ja	SW	binär	Festkomma

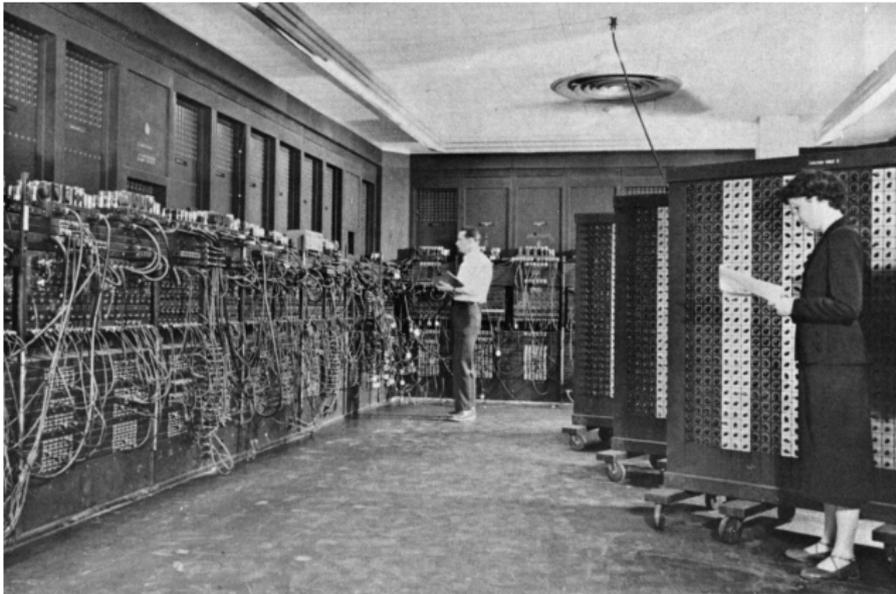
- Technologien
  - Mechanisch über Relais: Z1 und Z3
  - Elektronisch: Alle späteren

# 1.Generation: Zuse Z3 (1941)



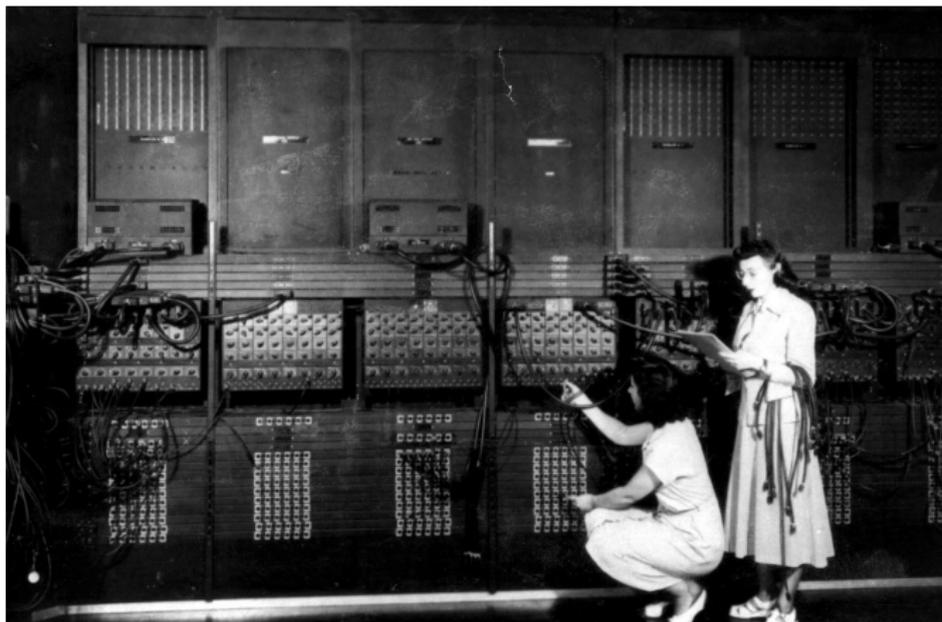
- Erster Computer der Welt (basiert auf Relais-technik)
- Erstmals Verwendung des Dualsystems

# 1.Generation: ENIAC (1944) (1)



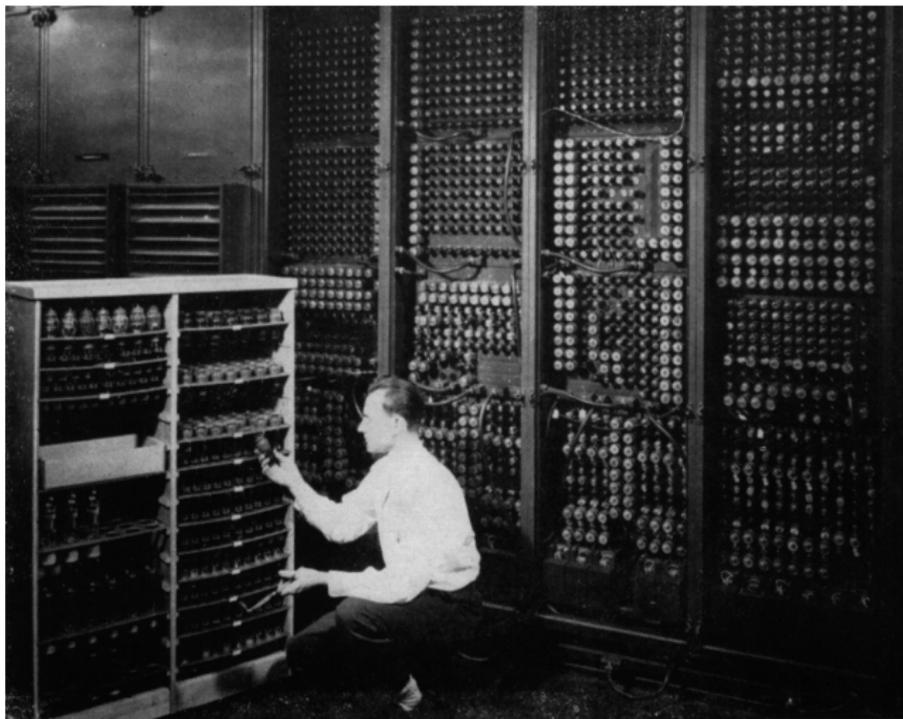
- Electronic Numerical Integrator and Computer (ENIAC)
- Erster elektronischer Universalrechner (mit Elektronenröhren)

# 1.Generation: ENIAC (1944) (2)



- 17.468 Röhren, 7.200 Dioden, 1.500 Relais, 70.000 Widerstände, 10.000 Kondensatoren

# 1.Generation: ENIAC (1944) (3)



Replacing a bad tube meant checking among ENIAC's 19,000 possibilities.

## 2.Generation (1955 bis 1965)

- Einführung der Transistoren Mitte der 50er Jahre  
⇒ Rechnersysteme wurden deutlich zuverlässiger
- Anfang der 50er Jahre wurde das Stecken der Klinkenfelder durch Lochkarten abgelöst
- FORTRAN- oder COBOL-Programme wurden:
  - vom Programmierer auf Formblätter aufgeschrieben,
  - vom Eingeber bzw. Codierer in Lochkarten gestanzt
  - und dem Operator übergeben
- Der Operator koordiniert die Reihenfolge der Programme (Jobs), bestückt den Rechner mit den entsprechenden Lochkarten, lädt den Compiler vom Magnetband, und übergibt abschließend das Rechenergebnis als Ausdruck  
⇒ Sehr ineffiziente Arbeitsweise
- Später wurden aus Effizienzgründen die Programme gesammelt, auf Magnetbänder eingelesen und dann im Maschinenraum verarbeitet

# Beispiel für die 2. Generation: IBM 7090 (1959) (3)

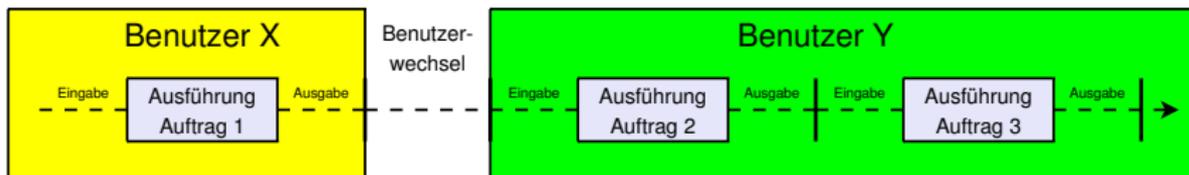


## 2.Generation: Stapelbetrieb bzw. Batchbetrieb (1)

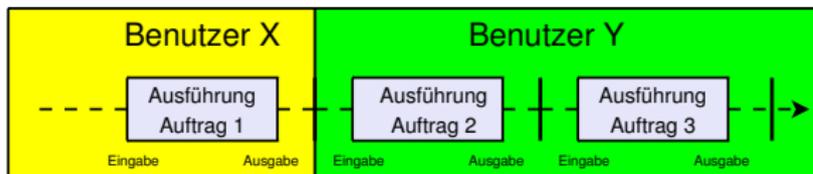
- Frühe Betriebssysteme waren **Stapelverarbeitungs-Betriebssysteme**
- Ziel: Maximierung der Prozessorausnutzung
- Bei Stapel- bzw. Batchbetrieb, muss eine Aufgabe aus einer Menge von Aufgaben vollständig gestellt sein, bevor ihre Abarbeitung beginnt
  - Üblicherweise interaktionslose Ausführung einer Folge von Aufträgen
- Programme wurden auf Lochkarten geschrieben und dem Operator gestapelt übergeben
  - Dieser bestückte den Rechner mit dem Stoß (*Batch*) von Lochkarten
- Stapelbetrieb eignet sich gut zur Ausführung von Routineaufträgen
- Auch heutige Systeme besitzen die Möglichkeit, Programmabfolgen automatisch zu bearbeiten (z.B. Batch-Dateien, Shell-Skripte, usw.)
- Klassischer Stapelbetrieb ist **Einzelprogrammbetrieb (Singletasking)**
  - Betriebssystem erlaubt immer nur die Ausführung eines Programms
  - Start eines zweiten Programms geht erst nach Beendigung des Ersten

## 2.Generation: Stapelbetrieb bzw. Batchbetrieb (2)

Einbenutzerbetrieb mit Einzelauftragsbearbeitung (Single User Mode)



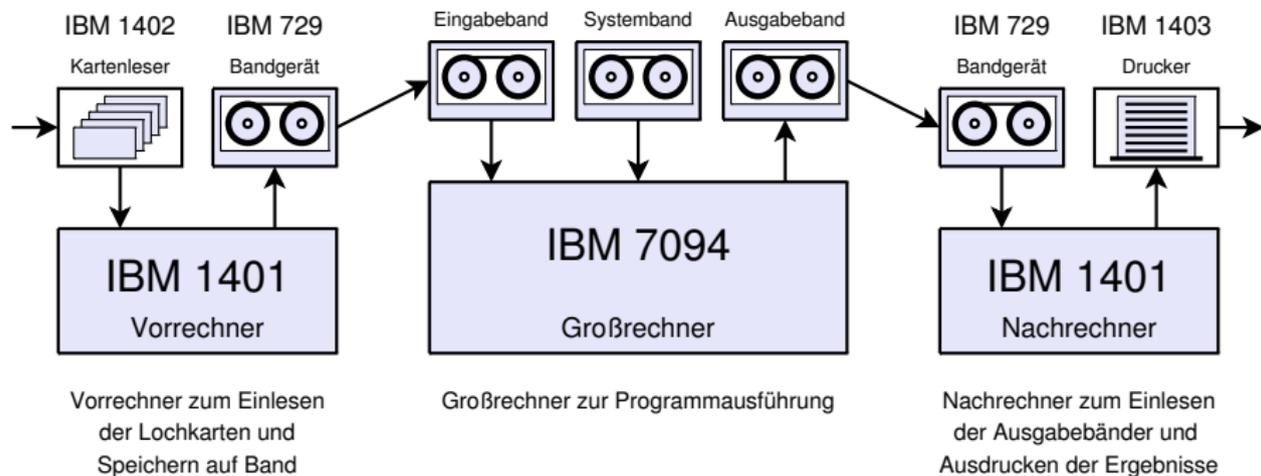
Stapelbetrieb (Batchbetrieb)



Zeit

- Beschleunigung durch Automatisierung
- Problem: Beim Stapelbetrieb wird der Hauptprozessor nicht optimal ausgenutzt. Während der Ein-/Ausgabe liegt der Prozessor brach

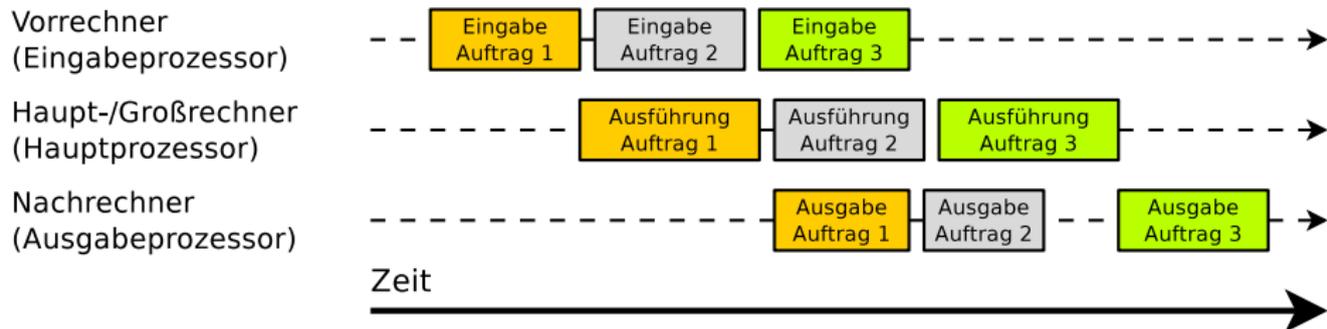
## 2.Generation: Stapelbetrieb bzw. Batchbetrieb (3)



- Vor-/Nachrechner befreien den Großrechner von langsamer I/O-Arbeit
- Von Band kann viel schneller eingelesen werden, als von Lochkarten und auf Band kann viel schneller Ausgegeben werden als auf Papier
- Ziel: Vermeidung ungenutzter Rechenleistung des Großrechners

## 2. Generation: Stapelbetrieb bzw. Batchbetrieb (4)

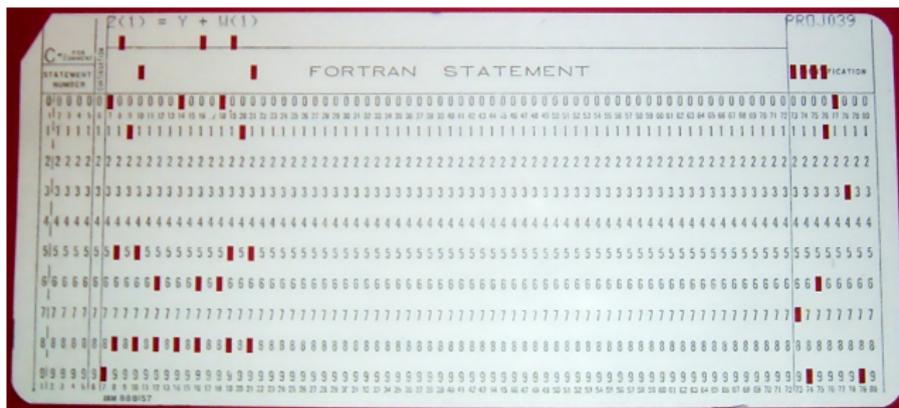
### Stapelbetrieb mit Vor- und Nachrechner (Spooling)



- **Spooling** ist die Entlastung des Hauptprozessors durch zusätzliche Hardware für Ein-/Ausgabeoperationen
  - Ein-/Ausgabe geschieht nebenläufig zur Bearbeitung anderer Aufträge
  - Heute haben Computer neben dem Hauptprozessor spezielle, DMA-fähige (*Direct Memory Access*) Ein-/Ausgabeprozessoren, die Aufträge direkt in den Hauptspeicher schreiben und Ergebnisse aus diesem holen
  - Spooling ist heute noch aktuell
    - z.B. Spoolingprozesse zum Drucken



## 2. Generation: Noch eine Lochkarte (Bildquelle: Wikipedia)



- 12 Lochpositionen für die Kodierung jedes Zeichens
  - Ziffern kodiert man mit einem einzelnen Loch in der entsprechenden Zeile
  - Buchstaben und Sonderzeichen kodiert man, indem mehrere Löcher in die Spalte gestanzt werden

Stapelbetrieb ist heute nicht obsolet!

Rechenintensive Programme in verteilten Systemen sind häufig interaktionslose Batchprogramme  
⇒ Distributed Computing und sog. Number Crunching

## 3. Generation (1960 bis 1980)

- Frühe 60er Jahre: Integrierte Schaltungen setzen sich durch  
⇒ Leistungsfähigere, kleinere und billigere Computer
- Anfang der 60er Jahre bildeten sich zwei Entwicklungsstränge heraus:
  - Weiterentwicklung der Stapelverarbeitungssysteme in Richtung gleichzeitig abzuarbeitende Jobs
  - Erste einfache Speicherverwaltung (*Fixed Partitions*)
- 70er Jahre: Aufkommen von Dialogbetrieb (*Time Sharing*) bzw. Zeiteilbetrieb
  - Eine Zentraleinheit, mehrere Terminals (Dialogstationen)
  - Jeder Benutzer erhält beim Anmelden einen Benutzerprozess⇒ Ziel: Faire Verteilung der Rechenzeit
- Ende der 70er Jahre: Entwicklung des Mikroprozessors  
⇒ Entwicklung des Home-Computer bzw. Personal Computer (PC)
  - 1977: Apple II. Erster Heimcomputer
  - 1981: IBM PC. Meist verkaufte Rechnerarchitektur (Intel 80x86)
- Auch diese Generation kennt noch keine verteilten Systeme

# Bekannte Vertreter der 3. Generation

Maschine	Entwicklung	Besonderheiten
CDC 6600	1964	Erster Supercomputer
IBM System/360	1964	8-Bit Zeichengröße. Flexible Architektur. Optimierbar für verschiedene Anwendungen
PDP-8	1965	Erster kommerzieller Minicomputer von DEC
ILLIAC IV	1969	Erster Multiprozessor-Rechner
CRAY 1	1976	Supercomputer

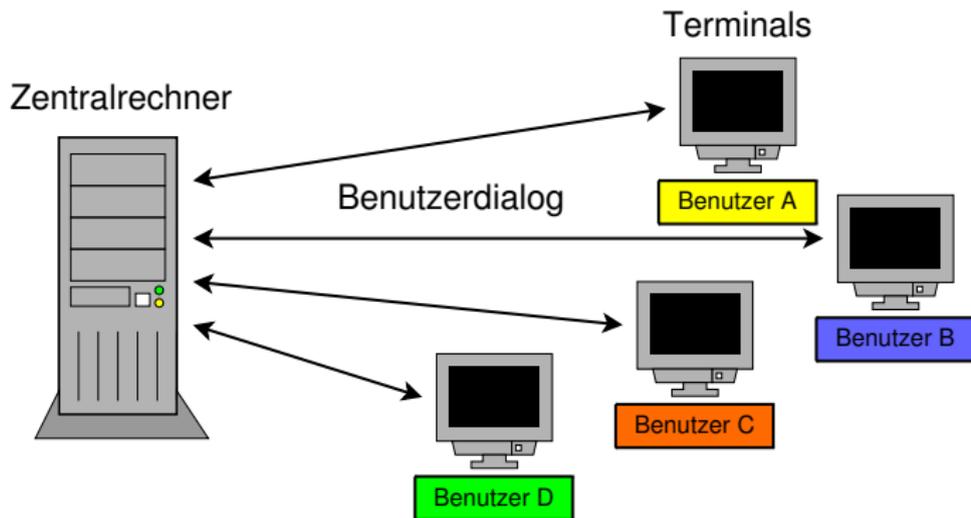


Bildquelle: tecchannel

## 3.Generation: Dialogbetrieb – Timesharing (1)

- Mehrere Benutzer arbeiten an einem Rechner gleichzeitig und konkurrierend, indem sie sich die verfügbare Rechenzeit des Hauptprozessors teilen
- Verteilung der Rechenzeit durch Zeitscheiben (*Time Slices*)
  - Die Verteilung kann nach unterschiedlichen Strategien erfolgen
- Jeder Benutzer glaubt, dass er die gesamte Rechenleistung des Hauptprozessors stets für sich alleine zur Verfügung hat
- Erstmals können mehrere Benutzer gleichzeitig über Terminals an einem Computer interaktiv arbeiten und das Rechenverhalten beeinflussen
- Die Programme der Benutzer laufen voneinander unabhängig
- Die quasi-parallele Programm- bzw. Prozessausführung nennt man **Mehrprogrammbetrieb** oder **Multitasking**
- Ziel: Minimierung der Antwortzeit

# 3.Generation: Dialogbetrieb – Timesharing (2)



## Mehrprogrammbetrieb (Multitasking)



### 3.Generation: Dialogbetrieb – Timesharing (3)

- Durch Dialogbetrieb kamen neue Arbeitsweisen in die IT, die heute selbstverständlich sind und neue Konzepte wurden notwendig:
  - **Scheduling** (*Zeitplanerstellung*): Automatische Erstellung eines Ablaufplanes (*schedule*), der Benutzern bzw. Prozessen zeitlich begrenzte Ressourcen zuteilt
  - **Swapping** (*Umlagerung*): Prozess des Ein- und Auslagerns von Speichersegmenten in den/vom Arbeitsspeicher vom/in den Hintergrundspeicher (Festplatten)
    - Swapping findet immer dann statt, wenn der Scheduler einen Prozess aktiviert (siehe Speicherpyramide)
  - **Dateisysteme**, die quasi-gleichzeitige Dateizugriffe erlauben
  - **Speicherschutz**: Der Arbeitsspeicher wird aufgeteilt und laufende Programme voneinander getrennt
    - So kann ein Programmierfehler oder Absturz eines einzelnen Programms nicht die Stabilität anderer Programme und des Gesamtsystems beeinträchtigen

## 4. Generation (1980 bis 2000)

- Aufkommen hoch-integrierter Schaltkreise und exponentiell wachsende Integrationsdichte der elektronischen Komponenten
  - Prozessoren werden immer leistungsfähiger und preiswerter
  - Speicherbausteine haben eine immer höhere Kapazität
- Hohe Rechenleistung kann an jedem Arbeitsplatz installiert werden
  - Workstations setzten sich durch
  - Immer größerer Erfolg von Heimcomputern und Personal Computern
- Hauptziel der Softwareindustrie (sollte es sein): Benutzerfreundliche (grafische) Lösungen für die Benutzer schaffen, die von der zu Grunde liegenden Hardware nichts wissen wollen
  - Auf Personal Computern: MS-DOS Version 1.0 (1981)
  - Auf Workstations (SUN, SGI, ...): UNIX
- Aufkommen und Etablierung verteilter Systeme!
  - Insbesondere Client-Server-Architektur
  - Später auch Cluster, Peer-to-Peer, Grids, Clouds, ...

## 5. Generation (2000 bis ????)

- Ein paar Schlagworte aus der 5. Generation:
  - *Das Netz ist der Computer*
  - Verteilte Systeme  $\implies$  Cluster-, Cloud-, Grid-, P2P-Computing
  - Multicore-Prozessoren und parallelisierte Anwendungen
  - Virtualisierung  $\implies$  VMware, XEN, KVM, ...
  - Freie Software (OpenSource)  $\implies$  Linux, BSD, ...
  - Kommunikation überall  $\implies$  mobile Systeme
  - Neue Arbeitsformen  $\implies$  e-Science, e-Learning, e-Business, ...
  - Dienste und Services  $\implies$  Serviceorientierte Architekturen (SOA)
  - Ressourcen nach Bedarf mieten bzw. anfordern  $\implies$  On Demand
- Schlagworte für später:
  - Quantencomputer (wohl eher 7. oder 8. Generation)

# Boolesche Algebra (Schaltalgebra)

- Für programmierbare Rechner existiert mit der **Booleschen Algebra** eine Formalisierung von Aussageverknüpfungen ( $\implies$  Aussagenlogik)

Spock – STAR TREK VI (1991)

„Logik ist der Anfang aller Weisheit, nicht das Ende.“

- Benannt nach dem englischen Mathematiker George Boole (1815-1864)
- 1937 (veröffentlicht 1938) benutzte der amerikanische Mathematiker und Elektrotechniker Claude Shannon (1916-2001) boolesche Algebren erstmals zur Beschreibung elektrischer Schaltungen
- Das Verständnis der Booleschen Algebra ist wichtig für den Bau effizienter Schaltungen zur Verarbeitung binärer Daten
  - Grundlage und mathematisches Werkzeug zum Bau von Rechnern
- In der Booleschen Algebra existieren nur zwei Wahrheitswerte:
  - 0 (*falsch* bzw. *false*) und 1 (*wahr* bzw. *true*)
  - Beide Werte kann man als Bitwerte oder Stromzustände interpretieren

# Grundfunktionen der Booleschen Algebra

- Hat man 2 Variablen  $a$  und  $b$  aus der Menge  $B$ , so lassen sich 3 Grundfunktionen (Operatoren) der Booleschen Algebra definieren

$a$	$\bar{a}$
0	1
1	0

- **Negation** bzw. Invertierung (NOT-Operator)
- Wird geschrieben als  $\neg a$ ,  $\bar{a}$  oder  $\bar{a}$

$a$	$b$	$a \vee b$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- **Disjunktion** – logische Summe (OR-Operator)
- Wird geschrieben als  $\vee$ , oder  $+$

$a$	$b$	$a \wedge b$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- **Konjunktion** – logisches Produkt (AND-Operator)
- Wird geschrieben als  $\wedge$ , oder  $*$

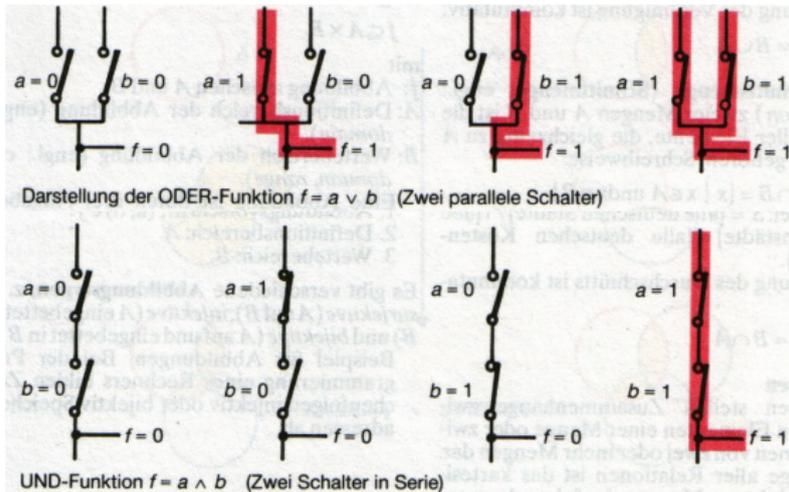
Eine Boolesche Algebra  $(B, \neg, \vee, \wedge)$  besteht aus einer Booleschen Menge  $B$  und den 3 Operatoren

# Auswertungsreihenfolge bei der Booleschen Algebra

- 1 Negation
  - 2 Konjunktion (AND,  $\wedge$ ,  $*$ )
  - 3 Disjunktion (OR,  $\vee$ ,  $+$ )
- Die Auswertungsreihenfolge folgt der *Punkt-vor-Strich-Regel*
  - Komplizierte Ausdrücke werden entsprechend geklammert

# Boolesche Schaltungen

- Verdeutlichen die booleschen Operatoren OR und AND
  - Parallelschaltung (OR-Operation): Strom fließt, wenn mindestens ein Schalter geschlossen ist
  - Serienschaltung (AND-Operation): Strom fließt, wenn beide Schalter geschlossen sind



# Axiome der Booleschen Algebra

Axiom	Formel
Kommutativgesetze	$a \wedge b = b \wedge a$ $a \vee b = b \vee a$
Assoziativgesetze	$a \wedge (b \wedge c) = (a \wedge b) \wedge c$ $a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$
Idempotenzgesetze	$a \wedge a$ $a \vee a$
Distributivgesetze	$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$ $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$
Komplementärsgesetze	$a \wedge \neg a = 0$ $a \vee \neg a = 1$
Neutralitätsgesetze (Identitätsgesetze)	$a \wedge 1 = a$ $a \vee 0 = a$
Extremalgesetze (Null-/Einsgesetze)	$a \wedge 0 = 0$ $a \vee 1 = 1$
Dualitätsgesetze	$\neg 0 = 1$ $\neg 1 = 0$
Doppeltes Negationsgesetz	$\neg(\neg a) = a$
Verschmelzungsgesetze (Absorptionsgesetze)	$a \vee (a \wedge b) = a$ $a \wedge (a \vee b) = a$
De Morgansche Gesetze	$\neg(a \wedge b) = \neg a \vee \neg b$ $\neg(a \vee b) = \neg a \wedge \neg b$

- In einer Booleschen Algebra gelten verschiedene Gesetze (Axiome)
- Der Beweis der Gültigkeit dieser Axiome erfolgt mit Hilfe von Wahrheitstabellen

# Nachweis der Gültigkeit der Gesetze

- Beispiel: Distributivgesetze
  - $a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$
  - $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$

<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>	<b><math>a \wedge (b \vee c)</math></b>	<b><math>(a \wedge b) \vee (a \wedge c)</math></b>	<b><math>a \vee (b \wedge c)</math></b>	<b><math>(a \vee b) \wedge (a \vee c)</math></b>
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	1	1
1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1

# Funktionen der Booleschen Algebra (1/2)

- Eine Funktion  $f : B^n \rightarrow B$  heißt n-stellige boolesche Funktion
- Eine solche Funktion bildet die Menge aller möglichen n-Tupel aus  $\{0, 1\}$  auf  $\{0, 1\}$  ab und kann in Form einer Tabelle mit  $2^{2^n}$  Werten dargestellt werden
- $n = 0$  ergibt die 2 Konstanten 1 (*wahr*) und 0 (*falsch*)
- $n = 1$  ergibt 4 einstellige (mit einer Variablen) boolesche Funktionen  $y = f_0(x), f_1(x), f_2(x), f_3(x)$

x =	0	1	Funktion (y =)	Name
$f_0$	0	0	0	Kontradiktion
$f_1$	0	1	x	Identität
$f_2$	1	0	$\neg x = \bar{x} = 1 - x$	Negation
$f_3$	1	1	1	Tautologie

- $n = 2$  ergibt 16 zweistellige boolesche Funktionen

# Funktionen der Booleschen Algebra (2/2)

$x_1 =$	0	0	1	1	Funktion	Name	Sprechweise
$x_2 =$	0	1	0	1			
f0	0	0	0	0	$x_1 \wedge \neg x_1$	Nullfunktion	
f1	0	0	0	1	$x_1 \wedge x_2$	Konjunktion	$x_1$ AND $x_2$
f2	0	0	1	0	$x_1 \wedge \neg x_2$	1. Differenz	$x_1$ AND NOT $x_2$
f3	0	0	1	1	$x_1$	Identität von $x_1$	
f4	0	1	0	0	$\neg x_1 \wedge x_2$	2. Differenz	NOT $x_1$ AND $x_2$
f5	0	1	0	1	$x_2$	Identität von $x_2$	
f6	0	1	1	0	$(x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_1 \wedge x_2)$	Antivalenz	$x_1$ XOR $x_2$
f7	0	1	1	1	$x_1 \vee x_2$	Disjunktion	$x_1$ OR $x_2$
f8	1	0	0	0	$\neg(x_1 \vee x_2)$	Negatdisjunktion	$x_1$ NOR $x_2$
f9	1	0	0	1	$(\neg x_1 \vee x_2) \wedge (x_1 \vee \neg x_2)$	Äquivalenz	
f10	1	0	1	0	$\neg x_2$	Negation von $x_2$	NOT $x_2$
f11	1	0	1	1	$x_1 \vee \neg x_2$	2. Implikation	$x_1$ OR NOT $x_2$
f12	1	1	0	0	$\neg x_1$	Negation von $x_1$	NOT $x_1$
f13	1	1	0	1	$\neg x_1 \vee x_2$	1. Implikation	NOT $x_1$ OR $x_2$
f14	1	1	1	0	$\neg(x_1 \wedge x_2)$	Negatkonjunktion	$x_1$ NAND $x_2$
f15	1	1	1	1	$x_1 \vee \neg x_1$	Einsfunktion	

# Schaltzeichen der wichtigsten Verknüpfungen

$x_1$	$x_2$	NOT	AND	OR	NAND	NOR	XOR	ÄQUIV	NAME
0	0	1	0	0	1	1	0	1	Wertetabelle
0	1	1	0	1	1	0	1	0	
1	0	0	0	1	1	0	1	0	
1	1	0	1	1	0	0	0	1	
		$\bar{x}_1$	$x_1 \cdot x_2$	$x_1 + x_2$	$\overline{x_1 \cdot x_2}$	$\overline{x_1 + x_2}$	$x_1 \oplus x_2$	$x_1 \equiv x_2$	Funktion
									DIN (alt)
									DIN (neu)
									ASA

- Kombinationen aus OR-, AND- und NOT-Gattern reichen, um alle logischen Zusammenhänge darzustellen
- Gatter repräsentieren die Elemente der Schaltalgebra und werden nach deren Regeln zu Schaltnetzen zusammengesetzt

Bildquelle: Bernd Schürmann. Skript zur Vorlesung Rechnersysteme (1998)

## Beispiel für den Entwurf einer Digitalschaltung (1/3)

- Bei einer Spülmaschinensteuerung soll der Spülvorgang sofort unterbrochen werden, wenn entweder die Spülmaschinentür geöffnet wird oder wenn der Wasserstand bei eingeschalteter Heizung unter einen Mindeststand sinkt
- Diese Signale werden durch 3 Fühler überwacht:
  - Fühler *a*: Spülmaschine offen (1) zu (0)
  - Fühler *b*: Wasserstand zu niedrig (1) sonst (0)
  - Fühler *c*: Heizung an (1) aus (0)
- Die Unterbrechung des Spülvorgangs wird dadurch gesteuert, dass ein Stoppsignal auf 1 gesetzt wird
- Läuft die Maschine, steht das Stoppsignal auf 0
- Das Stoppsignal ist damit eine Funktion  $f(a, b, c)$

Quelle: Frank Staab. Logik und Algebra. Oldenbourg Wissenschaftsverlag (2007)

# Beispiel für den Entwurf einer Digitalschaltung (2/3)

- Schalttabelle zur Aufgabenstellung:

Spülmaschinentür $a$	Wasserstand zu niedrig $b$	Heizung an $c$	Stoppsignal $f(a, b, c)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Fühler  $a$ : Spülmaschine offen (1) zu (0), Fühler  $b$ : Wasserstand zu niedrig (1) sonst (0), Fühler  $c$ : Heizung an (1) aus (0)

- Gesucht ist die Schaltfunktionen  $f(a, b, c)$ , welche die Schalttabelle realisiert

Quelle: Frank Staab. Logik und Algebra. Oldenbourg Wissenschaftsverlag (2007)

## Beispiel für den Entwurf einer Digitalschaltung (3/3)

- Wegen der einfachen Aufgabenstellung ist die Lösung trivial
- Beim Öffnen der Spülmaschinentür ist der Signalzustand der anderen beiden Signale unerheblich
- Das Anlegen einer 1 an Signalleitung  $a$  führt zum sofortigen Stopp des Spülvorgangs
- Nun muss nur noch das gleichzeitige Anliegen einer 1 an Signalleitung  $b$  und  $c$  abgeprüft werden
- Darum ist die gesuchte Schaltfunktion:  $f(a, b, c) = a \vee (b \wedge c)$
- Beachten Sie:
  - Dieses Beispiel ist recht einfach
  - Nicht bei allen Aufgabenstellungen ist die Lösung so einfach ablesbar
  - Es gibt zahlreiche weitere Funktionen, die das gleiche Ergebnis haben und somit auch korrekte Lösungen hier sind
    - Eine alternative Lösung:  $f(a, b, c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$

Quelle: Frank Staab. Logik und Algebra. Oldenbourg Wissenschaftsverlag (2007)

# Beispiel zur Schaltalgebra (Halbaddierer)

Summenbildung:  $s = (a \wedge \neg b) \vee (\neg a \wedge b)$

Rechenregeln:  $0+0=0$ ,  $1+0=1$ ,  $0+1=1$ ,  $1+1=10$  (Übertrag)  
 Übertragsbildung:  $\ddot{u} = a \wedge b$

Komponenten:  $a \circ \neg$ ,  $b \circ \neg$

1. Klammer:  $a \wedge \neg b$ ,  $\neg a \wedge b$

2. Klammer:  $a \wedge b$

Funktionstabelle:

a	b	s	$\ddot{u}$
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
0	1	1	0
1	1	0	1

Übertrag:  $a \wedge b$

Summe:

Gatterschaltung Halbaddierer:

Vereinfachte Gatterschaltung:  
 $s = (a \wedge \neg b) \vee (\neg a \wedge b)$  algebra. vereinfacht  $= (a \vee b) \wedge \neg (a \wedge b)$   
 $\ddot{u} = a \wedge b$

Komponenten:  
 $a \vee b$   
 $a \wedge b$   
 $\neg(a \wedge b)$

Summe s:

Das ist gleichzeitig der Übertrag  $\ddot{u}$

Halbaddierer

- Der Halbaddierer berechnet die Summe zweier Dualziffern
- Der eventuell entstehende Übertrag ( $\ddot{u}$ ) wird von der Summenziffer (s) getrennt aufgeführt

a	b	s	$\ddot{u}$
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

- Daraus lassen sich die folgenden Schaltfunktionen bestimmen
- $s = (a \wedge \neg b) \vee (\neg a \wedge b)$
- $\ddot{u} = a \wedge b$
- 2 NOT-Gatter, 3 AND-Gatter und 1 OR-Gatter können in einem entsprechenden Schaltnetz beide Gleichungen darstellen

Quelle: dtv-Atlas zur Informatik (1995)



# Nächste Vorlesung

Nächste Vorlesung:  
**3.11.2011**